

2. verze článku do časopisu Statistika

Indikátory kvality dynamiky vývoje na všech úrovních ekonomiky.

Lubomír Cyhelský, Jiří Mihola, Petr Wawrosz
libomir.cyhelsky@tul.cz jiri.mihola@quick.cz, petr.wawrosz@centrum.cz

Vysoká škola finanční a správní

1 Úvod

V návaznosti na výzkum, jehož výsledky byly postupně uveřejňovány¹ v časopise Statistika a Politická ekonomie od roku 2006, pokračoval intenzivní výzkum analytických nástrojů kvality dynamiky vývoje ekonomiky též na VŠFS. Tento výzkum vychází jednak z rozhodujícího podnikatelského kritéria tržní ekonomiky zisku a současně respektuje omezenost výrobních faktorů. S tohoto hlediska není lhostejné, jakým způsobem je zisku dosahováno. Dále odvozené nástroje jsou použitelné jak na podnikové, tak na národohospodářské úrovni i v jiných vědních oborech. Správná odpověď na otázky způsobu dosažení zisku i HDP má značný vliv jak na řízení velkých koncernů, hledání perspektivního nasměrování národních ekonomik i nadnárodních celků, tak při řešení problémů výběrových řízení, outsourcingu a dalších ekonomických činností.

Klíčovou charakteristikou vědomostní společnosti je aplikace nových poznatků nebo novátorské uplatnění poznatků dosavadních. Schumpeterovská analýza ekonomiky zdůrazňuje klíčovou roli dynamických procesů opírajících se o permanentní inovační úsilí podnikatelů. Avšak inovace ve všech etapách podnikání vznikají jen tam, kde se díky kvalitnímu vzdělání rozvíjí věda a výzkum, rozvíjí se kvalita lidských zdrojů a zlepšuje se uplatnění vrozených lidských schopností. Inovační procesy jsou spojeny též s rozvojem komunikačních technologií, úrovní managementu a účinnější strategií a motivace. Takový vývoj se vyznačuje využíváním především kvalitativních či intenzivních faktorů vývoje na rozdíl od extenzivního rozšiřování stávající produkce.

Pro řešení praktických národohospodářských a podnikových strategických úloh je nezbytné používat náležitě dynamické indikátory, bez kterých se neobejde ani žádné seriózní výběrové řízení ani stále oblíbenější outsourcing. Dříve než odvodíme vhodné indikátory inovačního nebo obecněji kvalitativního či intenzivního vývoje, uvedeme jeden obecný ilustrativní příklad, který nám pomůže najít vhodnou základní relaci, z které bude celé řešení vycházet.

2 Výchozí ilustrativní příklad

Představme si, že provozujeme nějakou úspěšnou firmu, která dodává na trh produkci, za kterou získá za dané výchozí období (označené indexem t_0) celkové příjmy² TR_0 na což za stejné období vynaloží celkové náklady TC_0 . Rozdíl těchto dvou veličin definuje ekonomický zisk.

$$EP_0 = TR_0 - TC_0 \quad (1)$$

Podíl těch samých ekonomických charakteristik tj. TR_0 a TC_0 definuje efektivnost Ef , která vyjadřuje, jaká část celkových příjmů připadá na jednu korunu vložených celkových nákladů.

$$Ef_0 = TR_0 / TC_0 \quad (2)$$

¹ Jde především o články [21], [22], [15], [11], [12] a [13]

² Výstupy a vstupy budeme nejdříve charakterizovat pomocí mikroekonomické symboliky, tokovými veličinami TR celkové příjmy a TC celkové náklady. V obou případech jsou definičním oborem kladná racionální čísla. $TR \geq 0$ a $TC \geq 0$. Pokud je $TR < TC$ bude ekonomický zisk záporný $EP < 0$.

Podíl ekonomického zisku a celkových nákladů definuje nákladovou rentabilitu, neboli kolik zisku připadá na korunu celkových nákladů. Pak lze odvodit i vztah mezi efektivností a rentabilitou.

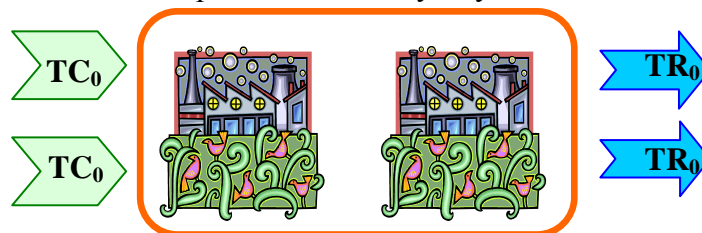
$$Ef_0 = (EP_0 + TC_0)/TC_0 = EP_0/TC_0 + 1 \quad (3)$$

Tuto výchozí situaci zachycuje následující schéma.



Představme si, že na trhu stoupne poptávka po námi produkovaném statku na dvojnásobek a na trhu není žádný jiný konkurenční producent. Zvýšení produkce na dvojnásobek by mohlo být zrealizováno následujícími dvěma specifickými způsoby. Buď postavíme vedle naší výrobní kapacity ještě jednu, nebo zdvojnásobíme výkon stávajícího zařízení výhradně pomocí intenzivních faktorů vývoje.

V prvním případě je nutno zdvojnásobit veškeré vstupy. Budeme potřebovat dvojnásobný pozemek. Protože se dosavadní způsob výroby osvědčil, pořídíme si dvojnásobnou výrobní kapacitu stejné kvality, bez jakéhokoliv vylepšování. Pro její obsluhu budeme potřebovat také dvojnásobný počet zaměstnanců stejné kvalifikace. Mohli by to dokonce být ti stejní, které již máme, jen by pracovali na dvě směny. Zdvojnásobíme tedy jak kapitál, tak práci. Následující schéma ilustruje tento čistě extenzivní způsob rozšíření výroby.



V případě čistě extenzivního vývoje lze vyjádřit dosažený ekonomický zisk a efektivnost (označené indexem e) pomocí celkových příjmů a celkových nákladů odpovídajících výchozí situaci před zdvojnásobením produkce takto.

$$EP_e = 2 \cdot TR_0 - 2 \cdot TC_0 = 2 \cdot EP_0 \quad (4)$$

$$Ef_e = 2 \cdot TR_0 / 2 \cdot TC_0 = Ef_0 \quad (5)$$

Ekonomický zisk se tedy při čistě extenzivním vývoji zvýšil dvakrát stejně jako celkové příjmy i celkové náklady. Zato ekonomická efektivnost Ef se vzhledem k výchozímu stavu nezměnila.

Ve druhém případě vyjdeme ze stejných vstupů jako ve výchozí situaci (označené indexem o). Dvojnásobné produkce dosáhneme výhradně pomocí inovací založených na intenzivních faktorech. Vystačíme si tedy se stejným pozemkem a ve výsledku budeme mít stejný počet zaměstnanců i stejné množství kapitálu, který jsme ale také mohli inovativně obměnit. Připouští se také varianta nasazení menšího počtu kvalifikovanějších zaměstnanců, kteří ale mají lepší ohodnocení, takže celkové náklady na výrobu se nezmění. Dvojnásobná bude pouze produkce.



Ekonomický zisk (označený indexem i) se v případě čistě intenzivního vývoje zvýšil, jak ukazují následující vztahy, více než dvojnásobně. Ekonomický zisk je v tomto případě roven ekonomickému zisku z čistě extenzivní varianty zvětšeném právě o výši celkových nákladů ve výchozí variantě. Ekonomická efektivnost (označený indexem i) je právě dvojnásobná.

$$EP_i = 2 \cdot TR_0 - TC_0 = 2 \cdot EP_0 + TC_0 = EP_e + TC_0 \quad (6)$$

$$Ef_i = 2 \cdot TR_0 / TC_0 = 2 \cdot Ef_0 \quad (7)$$

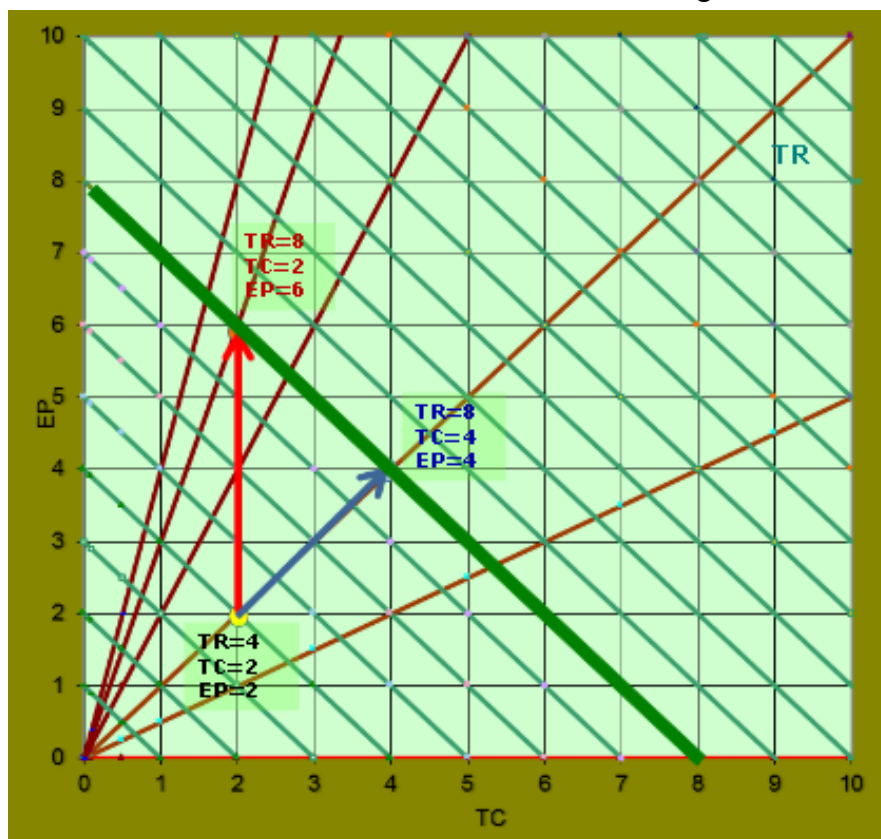
Vzhledem k tomu, že ekonomický zisk vzrostl v obou variantách, je vhodnějším indikátorem intenzity ekonomického vývoje právě efektivnost, která se při čistě extenzivním vývoji neměnila, zatímco při čistě intenzivním rostla stejně jako produkt. Této skutečnosti lze velmi dobře využít při rozlišování míry intenzity vývoje ekonomiky.

3 Zobecnění

Ve skutečnosti dochází k čistým vývojem jen výjimečně. Běžný je vývoj smíšený, na kterém se podílejí obě složky. Ve smíšeném vývoji může docházet též ke kompenzaci jednotlivých faktorů, z nichž jeden může působit na růst, zatímco druhý na pokles. Obecné vyjádření stupně intenzity či extenzity vývoje musí být použitelné jak pro libovolný růst produkce, tak pro její pokles nebo pro stagnaci.

Veškeré vývoje lze zachytit např. na diagramu č. 1, v němž na ose x vyneseme celkové náklady TC , zatímco na ose y vyneseme ekonomický zisk EP . V tomto diagramu lze snadno nakreslit též izokvanty stálé celkové produkce (zelené rovnoběžky) i izokvanty stálé efektivnosti (svazek hnědých přímk s průsečíkem v počátku souřadnic). V diagramu č. 1 je zvolen jako výchozí bod o souřadnicích $TC=2$; $EP=2$; takže $TR = 2 + 2 = 4$ a $Ef = 4/2 = 2$.

diagram č. 1



Červená a modrá šipka znázorňuje doposud probírané speciální případy zdvojnásobení produkce čistě intenzivně a čistě extenzivně. Čistě intenzivní vývoj, při kterém dochází k růstu produkce při stálých celkových nákladech TC, je zobrazen šipkou červenou. Čistě extenzivní vývoj, při kterém dochází k růstu produkce při stálé efektivnosti E_f , je zobrazen šipkou modrou.

Z diagramu č. 1 je zřejmé, že požadovaného zdvojnásobení celkových příjmů lze docílit mnoha jinými smíšenými způsoby, než čistě intenzivním nebo čistě extenzivním. Zvýrazněné zelené izokvanty pro $TR=8$ lze z výchozího žlutého bodu dosáhnout např. také vývojem při stálém ekonomickém zisku $EP=2$ (to by byla šipka rovnoběžná s osou x) což by znamenalo pokles efektivnosti E_f . Také bychom mohli dosáhnout $TR=8$ při poklesu celkových nákladů např. na $TC=1$. V takovém případě by bylo dosaženo zdvojnásobení celkových příjmů výhradně růstem efektivnosti, který navíc pokryje i extenzivní úbytek TC.

Diagram č. 1 umožňuje také analyzovat, jakým způsobem může být dosažen určitý ekonomický zisk např. $EP=3$ pokud opět vyjdeme ze zvoleného žlutého výchozího bodu, kde $TC=2$; $EP=2$; takže $TR = 2 + 2 = 4$ a $E_f = 4/2 = 2$. Tohoto nárůstu, jak dobře ilustruje diagram č. 1, lze dosáhnout jak čistě extenzivně po modré úsečce, tak čistě intenzivně po červené úsečce nebo jiným smíšeným způsobem. Ekonomického zisku $EP=3$ lze dosáhnout i při neměnném celkovém příjmu $TR=4$, pokud TC klesne na 1. Růst efektivnosti musí být opět takový, aby zajistil jak zvýšení ekonomického zisku, tak pokryl extenzivní úbytek celkových nákladů TC.

Z uvedeného je zřejmé, že diagram č. 1 nám tedy umožňuje zobrazovat a charakterizovat změny při přechodu z jednoho bodu do druhého. Pokud tyto body budou náležet po sobě následujícím obdobím, budeme tak moci zaznamenat vývoj či trajektorii vývoje určitého ekonomického celku. V každém období pak budeme moci analyzovat vývoj z hlediska všech 4 sledovaných veličin TR, TC, EP, E_f a jejich vzájemných souvislostí včetně dosaženého stupně intenzity.

Pokud potřebujeme vyjádřit podíl vlivu ekonomického zisku EP nebo celkových nákladů na dosažených celkových příjmech, můžeme k tomu využít aditivní výraz odvozený například ze vztahu (1)

$$TR = EP + TC \quad (8)$$

stačí výraz (8) dělit veličinou TR, a pokud hodláme podíly vyjádřit v procentech tak lineární rovnici ještě vynásobíme 100.

$$100 = 100 \cdot EP/TR + 100 \cdot TC/TR \quad (9)$$

Ve výše uvažovaném případě, ve výchozí situaci tvoří ekonomický zisk EP stejně jako celkové náklady TC 50 % celkových příjmů TR. Při čistě extenzivním vývoji se tyto podíly nemění, zatímco v případě zdvojnásobení produkce čistě intenzivně vzrostl podíl zisku na celkových příjmech na 75 % a podíl celkových nákladů na celkových příjmech na 25 %.

Pokud bychom chtěli vypočítat podíly vlivu u nějaké multiplikativní vazby jako je např. vliv efektivnosti a celkových nákladů na celkové příjmy plynoucí z výrazu (5)

$$TR = E_f \cdot TC \quad (10)$$

je nezbytné převést nejdříve tento výraz na lineární aditivní vazbu logaritmováním. Získáme tak možnost vyjádřit i podíl vlivu kvalitativní veličiny, kterou je efektivnost E_f na kvantitativní veličině, kterou jsou celkové náklady TC.

Vstupy a výstupy z dané ekonomické jednotky nemusí mít jen tokovou povahu na úrovni

firmy. Na úrovni národního hospodářství může být výstup charakterizován např. hrubým domácím produktem HDP a vstupy mohou být reprezentovány stavovými veličinami např. práce L a kapitálu K, které lze agregovat do souhrnného vstupu³ (inputu) faktorů SIF.

4 Dynamická úloha

Jestliže časová řada nějakých tokových veličin jako je TR, TC, EP, Ef případně HDP nebo stavových veličin jako je počet zaměstnanců, základní prostředky či počet obyvatel představuje tak zvanou statickou úlohu, tak změny měřené dynamickými charakteristikami absolutního či relativního přírůstku (tempa změny) či indexu (koeficientu změny) představují dynamickou úlohu⁴. V obou případech lze vyjádřit, do jaké míry je daný vývoj způsoben extenzivními či intenzivními faktory vývoje a to jak na podnikové, regionální či národohospodářské úrovni.

Označíme-li výchozí okamžik určitého sledovaného období τ a konečný okamžik T, pak počet sledovaných období je

$$m = T - \tau \quad (11)$$

Vývoj každé veličiny v časové řadě pak lze sledovat pomocí jedné ze tří následujících dynamických charakteristik použitou pro kteroukoliv charakteristiku daného systému označenou jako A (jde o obecné označení charakteristiky, kterou může být TR, NC, L, K apod.).

- absolutní přírůstek $\Delta(A) = A_T - A_\tau$ (12)

- tempo růstu $G(A) = \frac{A_T - A_\tau}{A_\tau} = \frac{\Delta(A)}{A_\tau} = I(A) - 1$ (13)

- koeficient změny; (řetězový) index $I(A) = \frac{A_T}{A_\tau} = G(A) + 1$ (14)

Je-li $m = 1$, jedná se o dynamické charakteristiky dvou po sobě následujících období. Vedle dynamických charakteristik lze sledovat efektivnost Ef tj. relaci mezi vstupem x a výstupem⁵ y v daném časovém období. Vyjádření efektivnosti jako poměru nevyžaduje nezbytně stejné jednotky vstupní a výstupní veličiny. Výstupní veličinu systému si obecně označíme y (např. TR, HDP apod.) a vstupní x (např. TC, kapitál K, práce L či SIF apod.). Toto vymezení charakterizující daný systém sledováním změn výstupů vstupů a vzájemných relací odpovídá kybernetickému pojetí úlohy. Informuje nás o efektivnosti⁶ tj. o tom, kolik jednotek výstupů připadá na jednotku vstupů v okamžiku t

$$Ef_t = \frac{y_t}{x_t} \quad (15)$$

Převrácená hodnota má interpretaci nákladové náročnosti a udává kolik vstupů je potřebných na jednotku výstupů. Z výrazů (13), (14) a (15) lze odvodit následující vztahy mezi uvedeným stejnorodými dynamickými charakteristikami⁷

$$G(y) = G(x) + G(Ef) + G(x) \cdot G(Ef) \quad (16)$$

³ Podrobně viz např. [11] 2009 s. 745, kde jsou označovány souhrnné vstupy symbolem N.

⁴ Podrobně o vymezení statické a dynamické úloze např. [11] 2009 s. 245, nebo [22] 2007 s. 448.

⁵ Definičním oborem vstupů stejně jako výstupů jsou kladná racionální čísla: $x \in (0, \infty)$; $y \in (0, \infty)$; $I(x) \in (0, \infty)$; $I(y) \in (0, \infty)$; $G(x) \in (-1, \infty)$; $G(y) \in (-1, \infty)$

⁶ Takto vymezuje efektivnost řada autorů např. Klacek J. [18] 2006 s. 291

⁷ Podrobně se vztahy druhů a typů agregací mezi statickou a dynamickou úlohou zabýváme v článku [23] 1979 a také učebnice [24] 2005

$$I(y) = I(x) \cdot I(Ef) \quad (17)$$

Pro odvození univerzálních vztahů pro jednoznačné rozřídění vývoje podle podílu kvalitativních a kvantitativních (nebo extenzivních a intenzivních) faktorů bylo nutno nejdříve tyto druhy vývoje popsat. Podrobné odvození této typologie, z které vychází odvození univerzálních dynamických charakteristik pro analýzu intenzity vývoje jakéhokoliv vývoje, jsou obsahem článku: [21] *Agregátní funkce a podíl vlivu intenzivních faktorů*, který byl publikován v č. 2 Statistiky v roce 2007. Stručně je tato typologie zřejmá z následující tabulky č. 1.

5 Dynamické parametry intenzity a extenzity

Pro odvození vztahů vyjadřujících podíl vlivu intenzivních faktorů na vývoj výstupů lze vyjít jak z částečně aditivního výrazu (16), tak z čistě multiplikativního výrazu (17). Dosavadní teoretické analýzy i četné praktické aplikace umožňující snadnou interpretaci výsledků i další zobecnění např. na více faktorů ukazují, že vhodnější je použít jako základ pro další výpočty zlogaritmovaný vztah⁸ (17). Pokud se použije výraz (16) je nutno buď zanedbat⁹ multiplikativní část tohoto výrazu tj. $G(x) \cdot G(Ef)$ nebo tento člen „nějak“ rozdělit. Tento problém ještě narůstá v případě, že zvažujeme více faktorů než 2, neboť počet multiplikativních členů a jejich rozsah se rychle zvyšuje.

V literatuře lze nalézt některá řešení, která jsou použitelná pouze pro kladné přírůstky¹⁰ obou faktorů. V dynamické úloze je ale nezbytné zohlednit i případy poklesů jak jednotlivých faktorů, tak výstupu samotného. Může se stát, že budou oba uvažované faktory působit na pokles výstupů. Pokud působí jeden faktor na růst a druhý na pokles bude docházet k částečné kompenzaci vlivů nebo se dokonce projeví vzájemná kompenzace nulovým růstem výstupu. Následující výrazy byly odvozeny tak, aby věrohodně vyjadřovaly veškeré situace, které mohou v dynamické úloze nastat.

Výsledkem odvození je vztah pro dynamický parametr intenzity:

$$i = \frac{\ln I(Ef)}{|\ln I(Ef)| + |\ln I(x)|} \quad (18)$$

a doplňkový vztah pro extenzitu:

$$e = \frac{\ln I(x)}{|\ln I(Ef)| + |\ln I(x)|} \quad (19)$$

Pro **čistě intenzivní** vývoj generují výrazy (18) a (19) $i = 1$ a $e = 0$ (případně 100 % a 0 %), zatímco pro **čistě extenzivní** vývoj generují výrazy (18) a (19) $i = 0$ a $e = 1$. I ve všech ostatních případech dává uvedená dvojice dynamických parametrů jednoznačnou informaci o typu vývoje v daném dílčím či souhrnném období.

Součtem výrazů (18) a (19) odvodíme obecný vztah mezi parametrem intenzity a extenzity.

$$i \cdot \text{sgn}[G(u)] + e \cdot \text{sgn}[G(x)] = 1 \quad \text{nebo} \quad |i| + |e| = 1 \quad (20)$$

⁸ Přesto, že v ekonomických propočtech jsou tempa růstu často velmi malá čísla, není tomu tak vždy. To je zvláště významné při využití v krátkých časových intervalech a v hlubší hierarchické struktuře ekonomiky např. na úrovni podniku. Nekontrované zanedbání tohoto multiplikačního členu je podobná operace jako ne zcela korektní zanedbání mocnin fluentů, které používal Newton při odvození derivací. Viz např. Charles Seife [31] 2005 s. 133.

⁹ Využití tohoto postupu pro rostoucí veličiny není ani zdaleka nic nového. Již v roce 1978 byl tento výraz navrhován v článku Cyhelský, Matějka [2] 1978 s. 302.

¹⁰ Např. [2] nebo [33] až [35]

Součet obou parametrů je roven 1 v rámci I. kvadrantu, kde oba faktory přispívají k růstu. V rámci III. kvadrantu je součet -1, tam oba faktory působí na pokles. Ve II. a IV. kompenzačním kvadrantu je součet dynamických parametrů intenzity a extenzity roven 0. To lze využít při orientaci ve druzích vývoje. Součet obou dynamických parametrů nás informuje o tom, zda jsme v I. nebo III. kvadrantu nebo zda jde o kompenzaci. Fakt, že součet absolutních hodnot obou parametrů se rovná 1, je využíván pro konstrukci přehledných např. sloupcových diagramů vyjadřujících přehledně podíly vlivu obou faktorů.

Přehled o tom jakých hodnot odvozené dynamické parametry nabývají pro základní vývoje, obsahuje tabulka č. 1

Tabulka 1 Hodnoty parametrů intenzity a extenzity pro základní vývoje

	Názvy - základní vývoje	Charakteristika	Výskyt	Vývoj výstupů	Druh	Hodnota parametru	
						intenzity i %	extenzity e %
1	Čistě intenzivní růst	Na růst výstupu y působí jen vývoj Ef	osa y	růst	čistý vývoj - působí jen jeden parametr	100	0
2	Čistě desintenzivní pokles	Na pokles výstupu y působí jen vývoj Ef		pokles		-100	0
3	Čistě extenzivní růst	Na růst výstupu y působí jen x	osa x	růst		0	100
4	Čistě desextenzivní vývoj	Na pokles výstupu y působí jen x		pokles		0	-100
5	Intenzivně extenzivní růst	Stejný vliv Ef a x na růst výstupu y	osa symetrie I. a III. kvadrantu	růst	souhlasný vliv	50	50
6	Desintenzivně desextenzivní pokles	Stejný vliv Ef a x na pokles výstupu y		pokles		-50	-50
7	Intenzivní kompenzace	Stagnace výstupu y růstem Ef a poklesem x	hyperbola nulového růstu	stagnace	kompenzace	50	-50
8	Extenzivní kompenzace	Stagnace výstupu y poklesem Ef a růstem x				-50	50

Odvozené dynamické parametry lze použít všude tam, kde zvažujeme, jaký vliv měl vývoj odpovídající absolutní a relativní veličiny na dosažený výsledek. Např. jaký vliv měla při zrychleném přímočarém pohybu na dosaženou vzdálenost změna rychlosti (tj. zrychlení) a jakou setrvačnost tj. rovnoměrný pohyb. Tyto parametry lze využít všude tam, kde jsou nějaké v čase proměnlivé výstupy a vstupy a kde zpravidla dochází ke změnám účinnosti nebo efektivnosti měřitelné změnou účinnosti či efektivnosti.

Výhodou těchto parametrů je jejich časová srovnatelnost. Jsou totiž bez dalších úprav porovnatelné, i když jsou spočteny pro různě dlouhé časové řady. To je dáno tím, že dochází k automatickému zprůměrování. Bazické indexy totiž nemusíme odmocňovat (průměrovat), jak ukazuje výraz (18) (uvažujme bazický index na m let):

$$i = \frac{\ln I^{1/m}(x)}{|\ln I^{1/m}(u)| + |\ln I^{1/m}(x)|} = \frac{(1/m) \ln I(x)}{(1/m) |\ln I(u)| + (1/m) |\ln I(x)|} \quad (21)$$

Odvozené dynamické parametry nemají žádná prostorová omezení a umožňují snadnou srovnatelnost různých zemí, odvětví, podniků apod. mimo jiné proto, že jde o bezrozměrnou veličinu. To je dáno tím, že v definičních výrazech (18) a (19) vystupují jen dynamické charakteristiky, a to indexy. Tuto výhodu má každý dynamický parametr, neboť nejsou závislé na měřítku či jednotkách charakteristik vystupujících ve statické úloze.

Vztahy (18) nebo (19) pracují jak s růsty, tak s poklesy v libovolné kombinaci včetně kompenzací při jakémkoliv druhu vývoje výstupu. Vztahy pracují bez problémů také s mezními stavy čistých vývojů. Není třeba rovněž přijímat nějaké speciální zjednodušující předpoklady nebo kontrolovat, zda nedochází při případném přibližném výpočtu k neúnosnému zkreslení. Výpočet je transparentní, kdykoliv opakovatelný a vždy povede ke stejnému výsledku.

Výsledek, který získáme, má jednoznačnou interpretaci a stálou informační obsažnost. Parametr intenzity i vypovídá o tom, v jakém poměru se na výsledném vývoji výstupů podílel intenzivní (kvalitativní) faktor projevující se změnou účinnosti (efektivnosti) tj. změnou podílu výstupů a vstupů v daném období. Parametr extenzity e vypovídá doplňkově o tom v jakém poměru se na výsledném vývoji produktu (výstupů, efektů) podílel extenzivní (kvantitativní) faktor tj. příliv kvalitativně nezměněných vstupů za dané období.

Z dobré interpretace parametrů plyne jejich snadné použití. Dynamické parametry vhodně doplňují stávající charakteristiky o relativně nový pohled. Snaha o vyjádření podílu vlivu nebo z toho odvozených příspěvků se projevuje téměř v každé ekonomické analýze. Výhodou zde předloženého řešení je především to, že komplexně a systematicky řeší všechny situace včetně poklesů, poklesů jednoho z faktorů a tím i kompenzací. Ošidné je ale izolované hodnocení těchto parametrů bez ohledu na vzdálenost od bodu stagnace, kam se všechny izokvanty stékají. Při hodnocení vývojů velmi blízkých stagnaci se pochopitelně ztrácí význam hodnocení, jak intenzivně toho bylo dosaženo. Ze stejného důvodu by bylo snadné s velikostí dynamických parametrů manipulovat.

6 Národohospodářská interpretace.

Nejvíce praktických aplikací bylo experimentálně prováděno na klasické národohospodářské úloze, kde je vstup y vyjadřuje HDP ve stálých cenách a vstupy jsou vyjádřeny stavovými veličinami práce L a kapitálu K . Časové řady a odpovídající dynamické charakteristiky těchto veličin jsou také exogenními veličinami růstového účetnictví¹¹. Praktickým využitím vztahu růstového účetnictví je vyčíslení reziduální veličiny, kterým je tempo růstu souhrnné produktivity faktorů¹² $G(\text{SPF})$. Např. v článku [21] 2007 s. 111 je uveden vztah¹³

$$G(Y) = G(\text{SPF}) + v_L \cdot G(L) + (1 - v_L) \cdot G(K) \quad (22)$$

¹¹ Analogický výraz je odvozen v řadě studií a učebnic např. [21] 2007 s. 108. nebo [11] 2009 s. 746. Tento vztah dnes představuje páteřní vztah teorií růstu, které se zabývají především dlouhodobým ekonomickým růstem potenciačního produktu.

¹² Robert Merton Solow zkoumá ve svém článku z roku 1957 tzv. *růst stálého stavu, při kterém dochází k vyrovnání tempa růstu kapitálu a práce. Růst produktu na obyvatele je pak podmíněn technologickým pokrokem, který zde chápe jako exogenní faktor.* Citace z encyklopedie Univerzum 3 heslo *teorie růstu*. V rámci dalšího rozpracování této myšlenky se ukázalo, že nejde pouze o technologický pokrok, ale o souhrnné působení všech intenzivních faktorů růstu. Viz [32]

¹³ Výpočtu souhrnné produktivity faktorů s využitím toho vztahu se věnuje řada studií např. OECD [28] 2003a [27] 2004 a zde citovaná literatura nebo v ČR Fleg at. al. [11] 2001, Hurník [16] 2005, Dybczak ae. al. [7] 2006, Hájek [10] 2009, Ministerstvo financí [29] 2009 nebo na Slovensku Zimková, Barochovský [36] 2007.

$$G(\text{SPF}) = G(Y) - v_L \cdot G(L) - (1 - v_L) \cdot G(K) \quad (23)$$

V tomto výraz je odvozen za speciálních předpokladů z aditivní národohospodářské identity¹⁴ v rámci úvah o vývoji tzv. potenciálního produktu. Vystupují v něm váhy v_L představující pracovní elasticitu produktu a v_K kapitálová elasticita produktu. Za předpokladu konstantního výnosu z rozsahu je součet těchto vah roven 1.

$$v_L + v_K = 1 \quad (23)$$

Ve výrazu (22) vystupují tyto váhy ve vážené agregaci temp růstu práce a kapitálu. Předpoklad aditivní agregace ve statické úloze není reálný už proto, že si nelze představit ekonomiku bez jednoho z těchto faktorů tj. zcela bez práce nebo bez jakéhokoliv kapitálu. Tyto faktory sice jsou substituovatelné, avšak nikoliv absolutně nýbrž relativně. Pravděpodobná je proto multiplikativní agregace těchto faktorů ve statické úloze, které odpovídá izokvanta ve tvaru hyperboly.

Tempo růstu souhrnné produktivity faktorů $G(\text{SPF})$, vypočtené z výrazu (23), umožňuje při známém tempu růstu produktu také vypočítat¹⁵ podíl vlivu vývoje intenzivních faktorů na vývoj HDP, kterou lze zjistit z výrazu (18). Abychom mohli využít modifikovaný výraz (18), musíme nejdříve ve statické úloze agregovat oba vstupy tj. práci L a kapitál. Tato veličina se označuje jako souhrnný input faktorů SIF. K tomu se používá jak aditivních¹⁶ agregačních funkcí, tak multiplikativních a to jak ve statické, tak v dynamické úloze¹⁷. Jako nejvhodnější formu agregace považujeme váženou geometrickou agregaci¹⁸, která je použita např. v podobě Cobb-Douglasovi s technickým pokrokem.

$$Y = \text{SPF} \cdot L^\alpha \cdot K^{(1-\alpha)} \quad (24)$$

takže
$$\text{SIF} = L^\alpha \cdot K^{(1-\alpha)} \quad (25)$$

z čehož plyne
$$Y = \text{SPF} \cdot \text{SIF} \quad (26)$$

Výraz (26) je národohospodářskou aplikací výrazu (10) a lze jej odvodit z výrazu (15). Vzhledem k vlastnostem indexů lze snadno z výrazu (26) odvodit jeho dynamickou podobu analogickou výrazu (17)

$$I(Y) = I(\text{SIF}) \cdot I(\text{SPF}) \quad (27)$$

Logaritmováním tohoto výrazu získáme výchozí vztah pro národohospodářskou modifikaci národohospodářských dynamických parametrů intenzity a extenzity.

¹⁴ V ní vystupují ještě průměrné mzdy a kapitálová ziskovost, které jsou na práci či kapitálu závislé. Při řešení tohoto problému je současně zvažovat otázky efektivnosti investic a probíhající substituce práce technikou.

¹⁵ V literatuře se obvykle v těchto případech používá podíl temp růstu $G(\text{SPF})/G(\text{HDP})$ což je přibližně použitelné pouze v případě kladných veličin přičemž $G(\text{SPF}) < G(\text{HDP})$, jinak je výsledek obtížně interpretovatelný.

¹⁶ Aditivní agregaci práce L a kapitálu K ve statické úloze může vyloučit, neboť bychom tím připustili buď, možnost tvorby produkce výhradně na základě práce bez jakéhokoliv kapitálu (teda i bez nástrojů), nebo výrobu výhradně na základě kapitálu tj. zcela bez lidí, což není možné ani v nejvyšším stupni automatizace. Protože jsou oba případy nereálné, připadá v úvahu už pouze nějaká vážená či prostá multiplikativní agregace či geometrický průměr.

¹⁷ Aditivní agregaci práce L a kapitálu K v dynamické úloze při multiplikativní vazbě v úloze statické znamená využití vztahu (16) což si vynucuje zanedbání multiplikativního členu tohoto výrazu, což není korektní a může to způsobit vážné nepřesnosti. O tom viz např. [11] 2009 s. 742 a 743

¹⁸ Součet vah roven 1 vede k lineární hranici produkčních možností PPF v modelu $2 \times 2 \times 2$. Pokud jsou tyto váhy shodné, tj. 0,5 jde o prostý geometrický průměr a izokvanty budou hyperboly symetrické okolo osy prvního kvadrantu. Při nesymetrických vahách bude asymetrie izokvant vyjadřovat především dlouhodobě převažující substituci technikou. Interpretace vah se tak oproti interpretaci v [11] 2009 s. 746 změní.

Národohospodářský tvar dynamického parametru intenzity je

$$i = \frac{\ln I(\text{SPF})}{|\ln I(\text{SPF})| + |\ln I(\text{SIF})|} \quad (28)$$

Národohospodářský tvar dynamického parametru extenzity je

$$e = \frac{\ln I(\text{SIF})}{|\ln I(\text{SPF})| + |\ln I(\text{SIF})|} \quad (29)$$

Výpočet podílu vlivu intenzivních a extenzivních faktorů pomocí těchto parametrů má oproti výpočtu podílu vlivu na základě vztahu (23) četné výhody:

- je použitelný nejen v případě růstů vlivu dílčích faktorů, nýbrž i jejich poklesů a vzájemných kompenzací tj. protichůdných vlivů, které mohou vést jak k úplné kompenzaci do nulového růstu produktu, tak poklesu HDP,
- není zatížen žádnou chybou způsobenou zanedbáváním multiplikativních členů aditivní vazby temp růstu,
- umožňuje velmi názorné zobrazování trajektorií vývoje v prostoru (v diagramu) koeficientů změn $I(\text{SPF})$ a $I(\text{SIF})$ v kterém mohou být současně zobrazeny izokvanty (vrstevnice) temp růstu HDP i dynamických parametrů intenzity i extenzity.

Dynamické parametry intenzity a extenzity jsou využitelné nejen při měření intenzity ekonomického vývoje, nýbrž vždy, když potřebujeme zjistit, jak se na vývoji nějaké veličiny podílela absolutní složka např. čas a kvalitativní složka např. rychlost. Zajímavé použití mají uvedené dynamické parametry při hodnocení vývojových nebo inovačních cyklů nebo při analýze poptávkových či nabídkových křivek, kde se ukazuje použití dynamických parametrů intenzity a extenzity univerzálnější než běžně používané elasticity, která nemá normované hodnoty.

Vztahy (25) a (26), které jsou pro analýzu národohospodářských vývojů klíčové lze zobrazit také v trojrozměrném prostoru. Diagram č. 2 představuje zobrazení vážené geometrické agregace práce a kapitálu do souhrnného inputu faktorů SIF. Následující diagram š. 3 představuje průmět diagramu č. 2 do prostoru souřadnic výrobních faktorů L a K v němž se jeví jako hyperbolické izokvanty.

Diagram č. 2

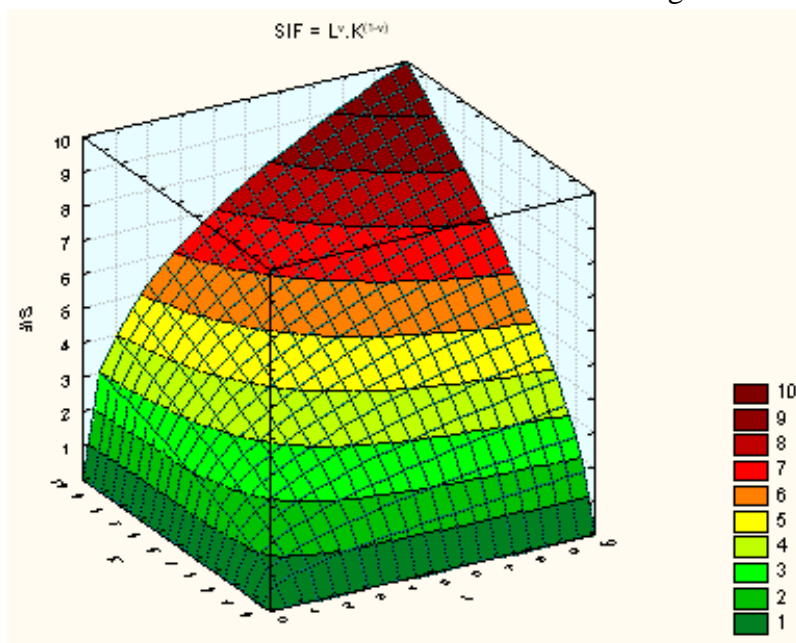


Diagram č. 3

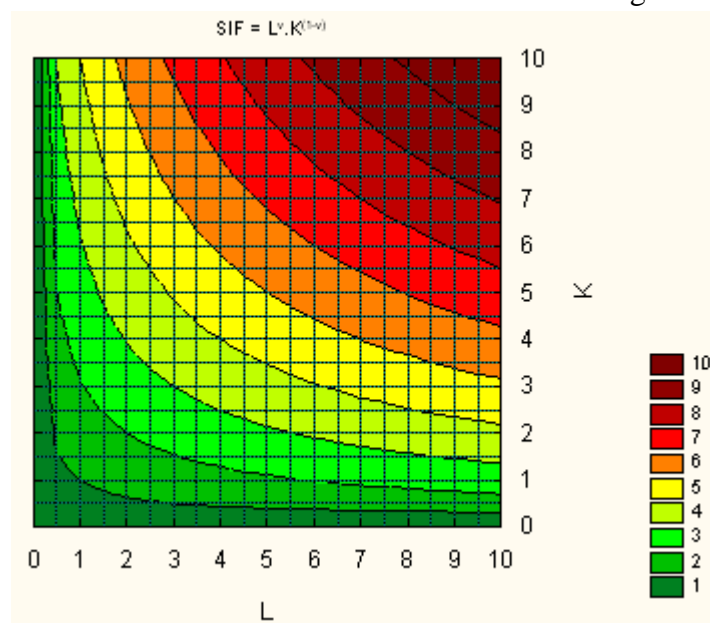


Diagram č. 4 a č. 5 je obdobnou dvojicí pro agregátní produkční funkci danou výrazem (26)

Diagram č. 4

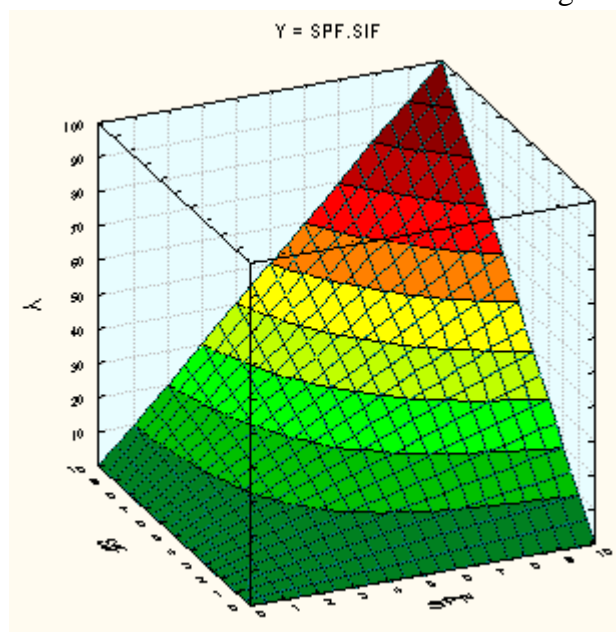
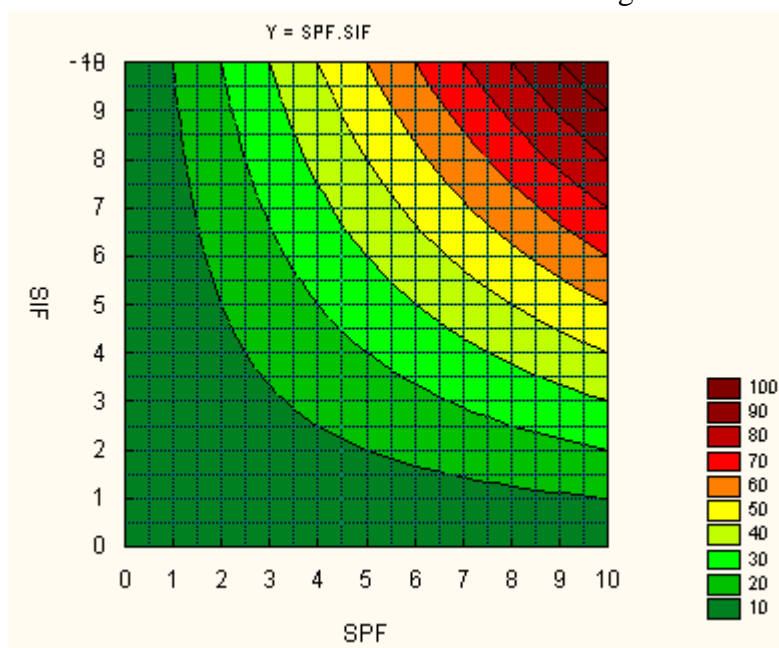


Diagram č. 5



Literatura

- [1] BARRO, R., SALA-I-MARTIN, X. 1995. *Economic Growth*. McGraw-Hill, 1995
- [2] CYHELSKÝ, L., MATĚJKA, M. 1978. K některým problémům a důsledkům konstrukce kauzálního modelu. *Statistika*, č. 7, 1978.
- [3] ČIHÁK, M., HOLUB, T. 2000. *Teorie růstové politiky*. Praha: Vysoká škola ekonomická, Fakulta národohospodářská, 2000.
- [4] ČSÚ. 2009. *Národní účty 2009*. Praha: ČSÚ, 2009. <http://www.czso.cz>.
- [5] DENISON, E. F. 1962. *The Sources of Economic Growth in the United States and Alternatives Before Us*. New York: Committee for Economic Development, 1962.
- [6] DENISON, E. F. 1967. *Why Growth Rates Differ: Postwar Experience in Nine Western Countries*. Washington, D.C.: The Brookings Institution, 1967.
- [7] DYBCZAK, K., FLEK, V., HÁJKOVÁ, D., HURNÍK, J. 2006. Supply-Side Performance and Structure in the Czech Republic (1995-2005) [Workig Paper No.4]. Praha: Česká národní banka, 4/2006.
- [8] ECFIN. 2008. *Statistical Annex of European Economy*. Brussels: European Commission, ECFIN, Autumn 2008.
- [9] FLEK, V., HÁJEK, M., HURNÍK, J., PROKOP, L., RACKOVÁ, L. 2001. Výkonnost a struktura nabídkové strany. *Politická ekonomie*, č.6, 2001.
- [10] HÁJEK, M. 2006. Zdroje růstu, souhrnná produktivita faktorů a struktura v České republice. *Politická ekonomie*, č.2, 2006.
- [11] HÁJEK, M., MIHOLA, J. 2009. Analýza vlivu souhrnné produktivity faktorů na ekonomický růst České republiky., *Politická ekonomie* č.6, s. 740
- [12] HÁJEK, M., MIHOLA, J. 2008. Udržitelný růst – matematický aparát., *Statistika* č.5, ČSÚ
- [13] HÁJEK, M., MIHOLA, J. 2008. Udržitelný růst – analýza České republiky., *Statistika* č.6, ČSÚ
- [14] HÁJEK, M., TOMS, M. 1967. Produkční funkce a hospodářský růst Československa v letech 1950-1964. *Politická ekonomie*, č.1, 1967.
- [1] HÁJKOVÁ, D., HURNÍK, J. 2007. Cobb-Douglas Production Function: The Case of a converging Economy. *Finance a úvěr*, č.9-10, 2007.
- [15] HRACH, K., MIHOLA, J. 2006. Metodické přístupy ke konstrukci souhrnných ukazatelů. *Statistika*, č.5, 2006, s. 398, ISSN 0322-788x .
- [16] HURNÍK, J. 2005. Potential Output: What Can the Production Function Approach Tell Us?

- [Economic Research Bulletin No. 1, Vol.3], Prague: Czech National Bank, May 2005.
- [17] KENDRICK, J. 1961. Productivity Trends in the United States. New York: NBER, 1961.
- [18] KLACEK, J. 2006. Souhrnná produktivita faktorů – otázky měření. *Statistika*, č. 4, 2006.
- [19] KLACEK, J., VOPRAVIL, J. 2008. Multifaktorová souhrnná produktivita faktorů: Empirická aplikace produkční funkce KLEM [výzkumná studie ČSÚ]. Praha: ČSÚ, prosinec 2008.
- [20] LÁBAJ, M. 2007. Analýza zdrojov ekonomického rastu metódou celkovej produktivity faktorov v Slovenskej republike v rokoch 1995-2006. *Ekonomický časopis*, 2007, roč. 55, č. 10, s. 976-988.
- [21] MIHOLA, J. 2007. Agregátní produkční funkce a podíl vlivu intenzivních faktorů. *Statistika*, č.2, 2007. ČSÚ
- [22] MIHOLA, J. 2007. Souhrnná produktivita faktorů – přímý výpočet, *Statistika* č.6, ČSÚ
- [23] MIHOLA, J. 1979. Matematický aparát konstrukce syntetických ukazatelů, *Ekonomicko matematický obzor* 1/1979
- [24] MIHOLA, J. 2005 Kvantitativní metody – distanční studium, učebnice VŠFS
- [25] MINISTERSTVO FINANCÍ ČR. 2009. Makroekonomická predikce ČR. Praha: MF ČR, leden 2009.
- [26] NACHTIGAL, V. 1966. K otázce kritérií extenzity, intenzity a efektivity ekonomického růstu. *Politická ekonomie*, č.3, 1966
- [27] NACHTIGAL, V. 1966a. Extenzita a efektivita hospodářského rozvoje ČSSR. *Politická ekonomie*, č.4, 1966a.
- [28] OECD. 2003. The Sources of Economic Growth in OECD Countries. Paris: OECD, 2003.
- [29] OECD. 2004. Understanding Economic Growth. Paris: OECD, 2004.
- [30] RAMÍK, J. 1986. Návrh souboru vybraných matematicky ověřených metod pro hodnocení ekonomické efektivity hospodářských celků. Ostrava: VÚROM, 1986.
- [31] SEIFE, Ch. 2005. Nula. Dokořán a Agro, Praha 2005, ISBN 80-7363-048-6
Economics and Statistics, Vol.39, August 1957, pp. 312-320.
- [32] SOLOW, R. M. 1957. Technical Change and the Aggregate Production Function. *Review of Economics and Statistics*, Vol.39, August 1957, pp. 312-320.
- [33] TOMS, M. 1983. K typologii procesu intenzifikace. *Politická ekonomie*, č. 8, 1983.
- [34] TOMS, M. 1988. *Proces intenzifikace: teorie a měření*. Praha: Academia, 1988.
- [35] TOMS, M., HÁJEK, M. 1966. Příspěvek k vymezení extenzivního a intenzivního růstu. *Politická ekonomie*, č.4, 1966.
- [36] ZIMKOVÁ, E., BAROCHOVSKÝ, J. 2007. Odhad potenciálního produktu a produkční mezery v slovenských podmienkach. *Politická ekonomie*, č.4, 2007.